

Inga hjälpmedel är tillåtna. För full poäng ska lösningar vara läsbara och försedda med ordentliga motiveringar. Lämna tydliga svar. Varje uppgift kan som mest ge 3 poäng och 3 poäng krävs för godkänd.

1. Låt $u(x, y, z) = (y^3, 0, 0)$. Beräkna

$$\iint_{\Sigma} (\operatorname{rot} u | N) dS,$$

där Σ är halvsfären $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$, och N den uppåtriktade normalen, genom att

- a) använda Stokes' sats.
- b) använda Gauss' sats.
- c) parametrisera ytan

Här betecknar $(u|v)$ skalärprodukten mellan u och v .

2. a) Låt K vara området $z \geq x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq 4$ och låt

$$u(x, y, z) = (x + 3y^2, 4y + 5z^2, x + z^2).$$

Beräkna flödet av vektorfältet u ut ur kroppen K .

- b) Beräkna

$$\int_{\gamma} (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz,$$

där γ är skärningskurvan mellan cylindern $x^2 + y^2 = 1$ och planet $x + z = 1$. Kurvan γ antas genomlöp moturs, sett från punkten $(1, 0, 1)$.