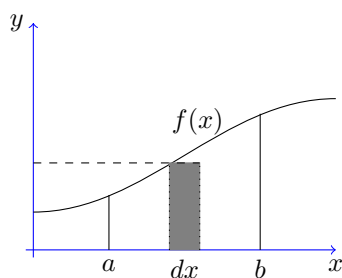


Rörformeln

December 13, 2018

Kurva $y = f(x)$ roterar kring y -axeln. Vi kommer att välja en punkt x på kurvan och räkna volym av två relaterade cylindrar. Cylindrarna sträcker sig från markplanet till själva kurvan. Se bild:



Vi beräknar volymdifferensen för två cylindrar till första ordningen i dx .

Yttre cylinder: $V_2 = \pi (x + dx)^2 f(x)$.

Inre cylinder: $V_1 = \pi x^2 f(x)$.

Notera: **Man tar samma $f(x)$ i båda fall eftersom annars ger differensen inte ett rör med rak topp.**

$dV = V_2 - V_1 = 2\pi x f(x) dx$. Därefter fås

$$V = \int_a^b 2\pi x f(x) dx$$

Den gråa rektangeln föreställer rörets vägg, som ska tänkas gå runt y -axeln och bilda själva röret. Bilden visar ett bidrag till den nedre Riemannsumman, som ger lägre volym än integralen. Ett motsvarande rör ovanför kurvan finns, som bidrar till Riemannsumman med större volym än integralen. Då $dx \rightarrow 0$, har Riemannsummorna samma gränsvärde, vilket blir värdet av volymintegralen.